

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет информатики и информационных технологий

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ

Кафедра математического анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа
10.03.01 Информационная безопасность

Профиль подготовки
Безопасность компьютерных систем

Уровень высшего образования
бакалавриат

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: базовая

Махачкала, 2022

Рабочая программа дисциплины «математический анализ» составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО 3++ по направлению подготовки

10.03.01 Информационная безопасность (уровень бакалавриата)

№ 1427 от 17.11.2020

Разработчики: кафедра математического анализа,

Амучиева Т.С., к.ф.-м.н., доцент

Магомедова В.Г., к.ф.-м.н., доцент

Рабочая программа дисциплины одобрена:

*на заседании кафедры математического анализа
от 22 марта 2022 г., протокол № 7.*

Зав. кафедрой  Рамазанов А.-Р.К.

*на заседании методического совета факультета математики и компьютерных наук
от 23 марта 2022 г., протокол № 4.*

Председатель  Ризаев М.К.

Рабочая программа дисциплины согласована с учебно-методическим
управлением «31» 03 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

Аннотация рабочей программы дисциплины

Дисциплина Математический анализ входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению 10.03.01 Информационная безопасность.

Дисциплина реализуется на факультете информатики и информационных технологий кафедрой математического анализа.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, связанных: с изучением и освоением базовых понятий анализа: предел функции, ее непрерывность, дифференцирование и интегрирование; с изучением свойств числовых и степенных рядов.

Дисциплина нацелена на формирование следующих компетенций выпускника: общепрофессиональных - ОПК - 3.

Преподавание дисциплины предусматривает проведение следующих видов учебных занятий: лекции, практические занятия, самостоятельная работа.

Рабочая программа дисциплины предусматривает проведение контроля успеваемости в форме контрольной работы и коллоквиума и промежуточного контроля в форме экзамена.

Объем дисциплины 8 зачетных единиц, в том числе в академических часах по видам учебных занятий:

| Семес тр | Учебные занятия | | | | | | Форма промежуточной аттестации | |
|-------------|-----------------------------|---|-----|------------------|--|--|--------------------------------------|-----------------------------------|
| | Все го | в том числе | | | | | | |
| | | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | СРС, в том числе экзамен |
| | | из них | | | | | | |
| Лекц ии | Лаборатор ные занятия | Практич еские занятия | КСР | консульт ации | | | | |
| 1 | 144 | 36 | | 36 | | | 72 | экзамен |
| 2 | 144 | 30 | | 30 | | | 84 | экзамен |
| Итого | 288 | 66 | | 66 | | | 156 | |

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины *Математический анализ* являются:

- овладение основными понятиями анализа (функция, предел функции, непрерывность и дифференцируемость функции, производные и дифференциалы функции, интеграл, ряд);
- творческое овладение основными методами и технологиями доказательства теорем и решения задач математического анализа;
- овладение методами дифференциального и интегрального исчисления, в частности, для создания базы последующим курсам.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина *Математический анализ* входит в базовую часть образовательной программы бакалавриата по направлению 10.03.01 Информационная безопасность. Знания по математическому анализу студентам необходимы для

изучения параллельных ему и последующих за ним университетских курсов: дифференциальные уравнения, теория вероятностей, численные методы и др.

Изучение курса математического анализа предполагает хорошее знание школьного курса математики, особенно владение тождественными преобразованиями алгебраических и тригонометрических выражений и знание свойств основных элементарных функций.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

| Код компетенции из ФГОС ВО | Наименование компетенции из ФГОС ВО | Планируемые результаты обучения |
|----------------------------|--|---|
| ОПК-3 | Способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением ИКТ и с учетом основных требований информационной безопасности | <p>Знает фундаментальные понятия математического анализа (функция, последовательность и ряд, пределы, непрерывность, производные и дифференциалы, интегралы), а также основные свойства пределов, непрерывных функций, дифференцируемых функций, рядов и интегралов.</p> <p>Умеет: находить типичные пределы, производные и интегралы; исследовать поведение функций с помощью производных; исследовать сходимость рядов и интегралов.</p> <p>Владеет основными методами дифференциального и интегрального исчисления для применения при решении практических задач в области безопасности компьютерных систем.</p> |

4. Объем, структура и содержание дисциплины

4.1. Объем дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 академических часов.

4.2. Структура дисциплины

| Названия разделов и тем дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Аудиторные занятия, в том числе | | | | Самостоят. работа | Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам) |
|---|----------|-----------------|---------------------------------|----------------|---------------|------------------|-------------------|---|
| | | | лекции | практ. занятия | лабор. работы | Контр. сам. раб. | | |
| <i>Первый семестр</i> | | | | | | | | |
| Модуль 1. Начала анализа | | | | | | | | |
| 1. Множества. Логические символы. Отображение и функция. Графики. | | | 2 | 2 | | | 4 | |
| 2. Действительные числа и их последовательности. | | | 4 | 4 | | | 4 | |
| 3. Теория пределов. | | | 4 | 4 | | | 4 | |
| 4. Непрерывные функции. | | | 2 | 2 | | | 4 | |
| Всего по модулю 1 | 1 | | 12 | 12 | | | 12 | коллоквиум, контрольная работа |
| Модуль 2. Производная функции одной переменной | | | | | | | | |
| 1. Производная и дифференциал функции одной переменной. | | | 4 | 4 | | | 2 | |
| 2. Теоремы о среднем дифференциального исчисления. | | | 2 | 2 | | | 2 | |
| 3. Производные высших порядков. Формула Тейлора. | | | 3 | 3 | | | 2 | |
| 4. Исследование поведения функций с помощью производных. | | | 5 | 5 | | | 2 | |
| Всего по модулю 2 | 1 | | 14 | 14 | | | 8 | коллоквиум, контрольная работа |
| Модуль 3. Функции многих переменных | | | | | | | | |
| 1. Понятие | | | 2 | 2 | | | 4 | |

| | | | | | | | | |
|--|----------|--|-----------|-----------|--|--|-----------|-----------------------------------|
| сходимости в конечномерном пространстве. Функции многих переменных. | | | | | | | | |
| 2. Пределы и непрерывность функций многих переменных. | | | 2 | 2 | | | 4 | |
| 3. Частные производные и дифференциалы. Формула Тейлора. | | | 4 | 4 | | | 4 | |
| 4. Задачи на экстремум функций многих переменных. | | | 2 | 2 | | | 4 | |
| Всего по модулю 3 | 1 | | 10 | 10 | | | 16 | коллоквиум, контрольная работа |
| Модуль 4. Промежуточная аттестация | | | | | | | | |
| Экзамен | 1 | | | | | | 36 | |
| ИТОГО за первый семестр | | | 36 | 36 | | | 72 | |
| <i>Второй семестр</i> | | | | | | | | |
| Модуль 1. Неопределенный интеграл. Интеграл Римана | | | | | | | | |
| 1. Неопределенный интеграл. | | | 2 | 2 | | | 2 | |
| 2. Основные методы интегрирования. | | | 4 | 4 | | | 2 | |
| 3. Интеграл Римана. Суммы Дарбу. Свойства интеграла Римана | | | 2 | 2 | | | 2 | |
| 4. Методы замены переменной и интегрирования по частям. | | | 2 | 2 | | | 4 | |
| 5. Приложения определенного интеграла | | | 2 | 2 | | | 2 | |
| Всего по модулю 1 | 2 | | 12 | 12 | | | 12 | коллоквиум, контрольная работа |
| Модуль 2. Несобственные и двойные интегралы | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|--|----------|--|-----------|-----------|--|--|------------|-----------------------------------|
| 1. Несобственные интегралы. Признаки сходимости. | | | 4 | 4 | | | 10 | |
| 2. Двойной интеграл. Свойства. Вычисление. | | | 4 | 4 | | | 10 | |
| Всего по модулю 2 | 2 | | 8 | 8 | | | 20 | |
| Модуль 3. Ряды | | | | | | | | |
| 1. Числовые ряды, их свойства. | | | 2 | 2 | | | 4 | |
| 2. Сходимость рядов с неотрицательными членами. | | | 4 | 4 | | | 4 | |
| 3. Знакопеременные ряды, их сходимость. | | | 2 | 2 | | | 4 | |
| 4. Степенной ряд. Функциональные свойства. | | | 2 | 2 | | | 4 | |
| Всего по модулю 3 | 2 | | 10 | 10 | | | 16 | коллоквиум, контрольная работа |
| Модуль 4. Промежуточная аттестация | | | | | | | | |
| Экзамен | | | | | | | 36 | |
| ИТОГО за второй семестр | | | 30 | 30 | | | 84 | |
| ИТОГО за ГОД | | | 66 | 66 | | | 156 | |

4.3. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

4.3.1. Содержание лекционных занятий по дисциплине

Первый семестр

Модуль 1. Начала анализа

Тема 1. Множества. Логические символы. Отображение и функция. Графики. Множества и операции над ними. Запись математических утверждений с помощью логических символов. Понятие о функции и отображении. Типы отображений. Обратная функция. Сложная функция. Преобразования графиков элементарных функций.

Тема 2. Действительные числа и их последовательности.

Натуральные, целые и рациональные числа. Действительные числа как множество бесконечных десятичных дробей. Действия над действительными числами.

Последовательности действительных чисел. Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Переход к пределу в неравенствах и арифметических операциях. Ограниченные последовательности. Монотонные последовательности. Критерий Коши.

Тема 3. Теория пределов.

Определение предела функции. Основные свойства конечного предела функции.

Критерий Коши. Основная теорема о пределах. Замечательные пределы.

Эквивалентные функции. Раскрытие неопределенностей.

Тема 4. Непрерывные функции.

Непрерывность. Точки разрыва. Свойства непрерывных в точке функций. Свойства непрерывных на отрезке функций. Элементарные функции и их непрерывность.

Модуль 2. Производная функции одной переменной

Тема 5. Производная и дифференциал функции одной переменной.

Определение производной. Дифференцируемость и дифференциал функции. Связь с непрерывностью. Производная обратной функции. Производная и дифференциал сложной функции. Таблица производных. Правила дифференцирования.

Тема 6. Теоремы о среднем дифференциального исчисления.

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Приложения к нахождению пределов.

Тема 7. Производные высших порядков. Формула Тейлора.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Разложения элементарных функций.

Тема 8. Исследование поведения функций с помощью производных.

Условия монотонности функции. Условия локального экстремума функции. Выпуклые функции. Точки перегиба графика. Полная схема исследования и построения графика функции.

Модуль 3. Функции многих переменных

Тема 9. Понятие сходимости в конечномерном пространстве. Функции многих переменных.

Определение сходимости в конечномерном пространстве. Различные типы множеств в конечномерном пространстве.

Область определения функций двух и трех переменных. Графики. Линии и поверхности уровня.

Тема 10. Пределы и непрерывность функций многих переменных.

Кратный предел функции многих переменных. Повторные пределы функции. Вычисление.

Непрерывность функции многих переменных в точке. Свойства непрерывных в точке функций. Глобальные свойства непрерывных функций многих переменных.

Тема 11. Частные производные и дифференциалы. Формула Тейлора.

Частные производные функции. Дифференцируемость и полный дифференциал.

Геометрические приложения.

Частные производные от сложных функций.

Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций многих переменных.

Тема 12. Задачи на экстремум функций многих переменных.

Локальные экстремумы. Необходимые условия локального экстремума. Некоторые сведения о симметричных квадратичных формах. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных.

Второй семестр

Модуль 1. Неопределенный интеграл. Интеграл Римана

Тема 13. Неопределенный интеграл.

Первообразная функция. Определение неопределенного интеграла. Табличные интегралы.

Тема 14. Основные методы интегрирования.

Метод замены переменной. Интегрирования по частям.

Интегралы от рациональных дробей. Интегрирование некоторых иррациональных и тригонометрических функций.

Тема 15. Интеграл Римана. Суммы Дарбу.

Задачи, приводящие к определенному интегралу. Определенный интеграл. Нижние и верхние суммы Дарбу. Интегрируемость непрерывных функций и монотонных

функций. Интегрируемые разрывные функции.
Свойства интеграла Римана. Теоремы о среднем. Основная теорема интегрального исчисления.

Основные свойства интегрируемых функций и интегралов.

Первая теорема о среднем. Формула Ньютона - Лейбница.

Тема 16. Методы замены переменной и интегрирования по частям.

Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.

Тема 17. Приложения определенного интеграла.

Приложения определенного интеграла к вычислению длины дуги, площади плоской фигуры, площади поверхности и объема тела вращения. Некоторые приложения определенного интеграла в физике и механике.

Модуль 2. Несобственные и двойные интегралы

Тема 18. Несобственные интегралы. Признаки сходимости.

Определение несобственных интегралов (первого и второго родов). Их основные свойства. Критерии сходимости несобственных интегралов. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Тема 19. Двойной интеграл. Свойства. Вычисление.

Задачи, приводящие к двойному интегралу. Определение и основные свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла приведением к повторному интегралу.

Приложения двойного интеграла к вычислению площадей, объемов.

Модуль 3. Ряды

Тема 20. Числовые ряды, их свойства.

Определение числового ряда. Частичная сумма и остаток. Сходимость и сумма числового ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши для рядов.

Тема 21. Сходимость рядов с неотрицательными членами.

Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости ряда. Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами.

Признаки Даламбера и Коши.

Тема 22. Знакопеременные ряды, их сходимость.

Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.

Абсолютно сходящиеся ряды. Сложение, вычитание и умножение абсолютно сходящихся рядов. Условно сходящиеся ряды.

Тема 23. Степенной ряд. Функциональные свойства.

Степенной ряд. Радиус и интервал сходимости. Формулы Даламбера и Коши-Адамара для радиуса сходимости. Свойства суммы ряда. Ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

4.3.2. Содержание практических занятий по дисциплине

Первый семестр

Модуль 1. Начала анализа

Тема 1. Множества. Логические символы. Отображение и функция. Графики.

Множества и операции над ними. Запись математических утверждений с помощью логических символов.

Преобразования графиков элементарных функций.

Тема 2. Действительные числа и их последовательности.

Действия над действительными числами.

Последовательности действительных чисел. Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Переход к пределу в неравенствах и арифметических операциях. Монотонные последовательности. Критерий Коши.

Тема 3. Теория пределов.

Основные свойства конечного предела функции.

Основная теорема о пределах. Замечательные пределы. Эквивалентные функции.

Раскрытие неопределенностей.

Тема 4. Непрерывные функции.

Непрерывность. Точки разрыва. Свойства непрерывных в точке функций. Свойства непрерывных на отрезке функций.

Модуль 2. Производная функции одной переменной

Тема 5. Производная и дифференциал функции одной переменной.

Дифференцируемость и дифференциал функции.

Таблица производных. Правила дифференцирования.

Тема 6. Теоремы о среднем дифференциального исчисления.

Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Приложения к нахождению пределов.

Тема 7. Производные высших порядков. Формула Тейлора.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Разложения элементарных функций.

Тема 8. Исследование поведения функций с помощью производных.

Условия монотонности функции. Условия локального экстремума функции. Выпуклые функции. Точки перегиба графика. Полная схема исследования и построения графика функции.

Модуль 3. Функции многих переменных

Тема 9. Понятие сходимости в конечномерном пространстве. Функции многих переменных.

Определение сходимости в конечномерном пространстве. Различные типы множеств в конечномерном пространстве.

Область определения функций двух и трех переменных. Графики. Линии и поверхности уровня.

Тема 10. Пределы и непрерывность функций многих переменных.

Кратный предел функции многих переменных. Повторные пределы функции.

Вычисление.

Непрерывность функции многих переменных в точке. Свойства непрерывных в точке функций. Глобальные свойства непрерывных функций многих переменных.

Тема 11. Частные производные и дифференциалы. Формула Тейлора.

Частные производные функции. Дифференцируемость и полный дифференциал.

Геометрические приложения.

Частные производные от сложных функций.

Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций многих переменных.

Тема 12. Задачи на экстремум функций многих переменных.

Локальные экстремумы. Необходимые условия локального экстремума. Некоторые сведения о симметричных квадратичных формах. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных.

Второй семестр

Модуль 1. Неопределенный интеграл. Интеграл Римана

Тема 13. Неопределенный интеграл.

Первообразная функция. Определение неопределенного интеграла. Табличные интегралы.

Тема 14. Основные методы интегрирования.

Метод замены переменной. Интегрирования по частям.

Интегралы от рациональных дробей. Интегрирование некоторых иррациональных и тригонометрических функций.

Тема 15. Интеграл Римана. Суммы Дарбу.

Задачи, приводящие к определенному интегралу. Определенный интеграл. Нижние и верхние суммы Дарбу. Интегрируемость непрерывных функций и монотонных функций. Интегрируемые разрывные функции.

Свойства интеграла Римана. Теоремы о среднем. Основная теорема интегрального исчисления. Первая теорема о среднем. Интегралы с переменным верхним пределом. Формула Ньютона - Лейбница.

Тема 16. Методы замены переменной и интегрирования по частям.

Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.

Тема 17. Приложения определенного интеграла.

Приложения определенного интеграла к вычислению длины дуги, площади плоской фигуры, площади поверхности и объема тела вращения. Некоторые приложения определенного интеграла в физике и механике.

Модуль 2. Несобственные и двойные интеграл. Ряды

Тема 18. Несобственные интегралы. Признаки сходимости.

Определение несобственных интегралов (первого и второго родов). Их основные свойства. Критерии сходимости несобственных интегралов. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Тема 19. Двойной интеграл. Свойства. Вычисление.

Задачи, приводящие к двойному интегралу. Определение и основные свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла приведением к повторному интегралу.

Приложения двойного интеграла.

Модуль 3. Ряды

Тема 20. Числовые ряды, их свойства.

Определение числового ряда. Частичная сумма и остаток. Сходимость и сумма числового ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши для рядов.

Тема 21. Сходимость рядов с неотрицательными членами.

Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Интегральный признак сходимости ряда. Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами.

Признаки Даламбера и Коши.

Тема 22. Знакопеременные ряды, их сходимость.

Знакопеременяющиеся ряды. Признак Лейбница.

Абсолютно сходящиеся ряды. Сложение, вычитание и умножение абсолютно сходящихся рядов. Условно сходящиеся ряды.

Тема 23. Степенной ряд. Функциональные свойства.

Степенной ряд. Радиус и интервал сходимости. Формулы Даламбера и Коши-Адамара для радиуса сходимости. Свойства суммы ряда. Ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

5. Образовательные технологии

В основе преподавания дисциплины математический анализ лежит лекционно-семинарская система обучения, что связано с необходимостью активного продумывания теоретического материала, содержащего глубокие и абстрактные понятия.

Индивидуальные особенности обучающихся учитываются подбором заданий разного

уровня сложности для самостоятельной работы студентов.

По данной дисциплине учебным планом предусмотрено также проведение занятий в интерактивных формах. Лекции проводятся в аудиториях, оснащенных видеопроекторами. В университете функционирует Центр современных образовательных технологий, в котором предусматриваются мастер-классы специалистов.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.

Учебно-методические пособия для самостоятельной работы

1. Рамазанов А.-Р. К., Магомедова В.Г. Построение множества действительных чисел. Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2011.
2. Рамазанов А.-Р. К. Классы функций (Избранные задачи с краткими решениями). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2000.
3. Гайдаров Д.Р. Математический анализ. Ч.1 (Методическое пособие для студентов I курса). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2002.
4. Гайдаров Д.Р. Математический анализ. Ч. 2 (Методическое пособие для студентов I курса). Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2003.
5. Гайдаров Д.Р. Справочное пособие по математике. Махачкала, 2006.

Задания для самостоятельной работы

СР-1

1. По методу математической индукции доказать неравенство $3^n \geq 3n$ для натуральных чисел n .
2. Построить графики функций $y = \frac{1}{\ln(x^2 - x)}$, $y = x - \sqrt{x^2 - 1}$, $y = \frac{\cos x}{2 + x^2}$.

СР-2

1. Найти предел функции $f(x) = (\cos x)^{1/x}$ в точке $a = 0$.
2. Исследовать характер точек разрыва функций $f(x) = \frac{1}{\ln x}$, $f(x) = \sin \frac{1}{x}$.
3. Исследовать на дифференцируемость в точке $x = 0$ функцию $f(x)$, если $f(x) = x \cdot \sin \frac{1}{x}$ при $x \neq 0$ и $f(0) = 0$.
4. Найти точки экстремума и интервалы монотонности функции $y = \ln \left(x + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$.

СР-3

1. Найти неопределенные интегралы $\int \frac{x+3}{x^2+2x-15} dx$, $\int \frac{\sqrt{x^2+x+1}}{\sqrt{x^2+x+1}+1} dx$, $\int \frac{\cos 2x}{1+\cos^2 x} dx$.
2. Вычислить интегралы $\int_1^e x \ln x dx$, $\int_0^\pi \sin x \cdot e^{\cos x} dx$.

3. Вычислить площадь, ограниченную графиками функций $y = \sin x$ и $y = \frac{4}{\pi^2} x^2$.
4. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (1 - xy) dx dy$, $D: y = \sqrt{x}, y = 2\sqrt{x}, x = 4$.
5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D f(x^2 + y^2) dx dy$, $D: -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$.

СР-4

1. Исследовать на сходимость числовые ряды:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}$, 3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{2^{2n+1}}$, 4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}$, 5) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$, 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{3n}}{3^{3n+1}}$.

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n+1}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[3]{(5n+1)^2}}$, 3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+5} - \sqrt{n})$,
 4) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n^2+1}$, 5) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^3}{2^n}$, 6) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2n+1}{3n+2}\right)^n$, 7) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{n}{n+1}\right)^n$.

3. Найти области сходимости рядов:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^3+1} x^n$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{3n}}{3^{2n}} (x-1)^n$, 3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n-1)!}{2^n n!} \frac{1}{(x+1)^n}$.

| Разделы (модули) и темы для самостоятельного изучения | Виды и содержание самостоятельной работы |
|---|---|
| <i>Первый семестр</i> | |
| Модуль 1. Начала анализа | |
| 1. Множества. Логические символы. Отображение и функция. Графики. | Рефераты на темы: 1. Счетные множества. 2. Несчетность множества действительных чисел любого интервала. |
| 2. Действительные числа и их последовательности. | Доклады на темы: 1. Дедекиндовы сечения. 2. Необходимость расширения множества рациональных чисел. 3. Теорема Эйлера о числе e . |
| 3. Теория пределов. | Реферат на тему: Парадоксы Зенона. Решение задач и упражнений. |
| 4. Непрерывные функции. | Доклады на темы: 1. Различные определения непрерывности. |

| | |
|---|---|
| | 2. Обратные тригонометрические функции. Решение задач и упражнений. |
| Модуль 2. Производная функции одной переменной | |
| 1. Производная и дифференциал функции одной переменной. | Доклад на тему: Второй парадокс Зенона и дифференцируемость. |
| 2. Теоремы о среднем дифференциального исчисления. | Доклад на тему: Теорема Дирихле о промежуточных значениях производной. |
| 3. Производные высших порядков. Формула Тейлора. | Доклад на тему: Приложения производных высших порядков к исследованию функций. |
| 4. Исследование поведения функций с помощью производных. | Реферат на тему: Неравенство Йенсена и его приложения. |
| Модуль 3. Функции многих переменных | |
| 1. Понятие сходимости в конечномерном пространстве. Функции многих переменных. | Доклад на тему: Метрические пространства и сходимость в них. |
| 2. Пределы и непрерывность функций многих переменных. | Решение задач. |
| 3. Частные производные и дифференциалы. Формула Тейлора. | Доклад на тему: Теорема о конечных приращениях для функций многих переменных. |
| 4. Задачи на экстремум функций многих переменных. | Доклад на тему: Метод Лагранжа нахождения условного экстремума. |
| <i>Второй семестр</i> | |
| Модуль 1. Неопределенный интеграл. Интеграл Римана | |
| 1. Неопределенный интеграл. | Решение задач и упражнений. |
| 2. Основные методы интегрирования. | Реферат на тему: Разложение рациональной функции на простейшие дроби. Доклад на тему: Метод Остроградского. |
| 3. Интеграл Римана. Суммы Дарбу. | Решение задач и упражнений. Доклад на тему: Интегрируемость разрывной функции Римана. |
| 4. Свойства интеграла Римана. Теоремы о среднем. Основная теорема интегрального исчисления. | Доклад на тему: Восстановление функции по ее производной. |
| 5. Методы замены переменной и интегрирования по частям. | Решение задач и упражнений. |
| 6. Приложения определенного интеграла | Доклады на темы: 1. Вычисление объемов тел с вложенными сечениями. 2. Спряжляемые кривые. 3. Кривая Пеано. |
| Модуль 2. Несобственные и двойные интегралы | |
| 1. Несобственные интегралы. Признаки сходимости. | Решение задач. |
| 2. Двойной интеграл. Свойства. Вычисление. | Решение задач и упражнений. |

| Модуль 3. Ряды | |
|---|--|
| 1. Числовые ряды, их свойства. | Решение задач. |
| 2. Сходимость рядов с неотрицательными членами. | Доклады на темы: 1. Признак Раабе. 2. Признак Гаусса. |
| 3. Знакопеременные ряды, их сходимость. | Доклады на темы: 1. Абсолютная и безусловная сходимости рядов. 2. Теорема Римана об условно сходящихся рядах. 3. Синус- и косинус-ряды. |
| 4. Степенной ряд. Функциональные свойства. | Решение задач и упражнений. |

7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Перечень компетенций с указанием этапов их формирования приведен в описании образовательной программы.

| Код компетенции из ФГОС ВО | Наименование компетенции из ФГОС ВО | Планируемые результаты обучения | Процедура освоения |
|----------------------------|--|--|--|
| ОПК-3 | Обладать способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением ИКТ и с учетом основных требований информационной безопасности | Знает фундаментальные понятия математического анализа (функция, последовательность и ряд, пределы, непрерывность, производные и дифференциалы, интегралы), а также основные свойства пределов, непрерывных функций, дифференцируемых функций, рядов и интегралов. Умеет: находить типичные пределы, производные и интегралы; исследовать поведение функций с помощью производных; | Изучение тем последовательно по модулям с проведением коллоквиумов и контрольных работ |

| | | | |
|--|--|---|--|
| | | исследовать сходимость рядов и интегралов. Владеет основными методами дифференциального и интегрального исчисления. | |
|--|--|---|--|

7.2. Типовые контрольные задания

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Производная функции одной переменной»

1. Определение производной.
2. Дифференцируемость и дифференциал функции.
3. Таблица производных.
4. Правила дифференцирования.
5. Теоремы о среднем дифференциального исчисления. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Приложения к нахождению пределов.
6. Производные и дифференциалы высших порядков.
7. Формула Тейлора. Разложения элементарных функций.
8. Условия монотонности функции. Условия локального экстремума функции.
9. Выпуклые функции. Точки перегиба графика.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Функции многих переменных»

1. Кратный предел функции многих переменных. Повторные пределы функции. Вычисление.
2. Непрерывность функции многих переменных в точке. Свойства непрерывных в точке функций.
3. Глобальные свойства непрерывных функций многих переменных.
4. Частные производные функции.
5. Дифференцируемость и полный дифференциал. Частные производные от сложных функций.
6. Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков.
7. Формула Тейлора для функций многих переменных.
8. Локальные экстремумы. Необходимые условия локального экстремума.
9. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Определенный интеграл Римана»

1. Определение интеграла Римана.
2. Суммы Дарбу, их свойства.
3. Некоторые классы интегрируемых функций.
4. Свойства интегрируемых функций и интегралов Римана.
5. Основная теорема интегрального исчисления.
6. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Числовые ряды»

1. Числовой ряд.
2. Свойства сходящихся рядов.
3. Признаки сравнения рядов с неотрицательными элементами.
4. Интегральный признак сходимости рядов.
5. Признак Даламбера сходимости.
6. Признак Коши сходимости числовых рядов.
7. Абсолютная и неабсолютная сходимости рядов.

| | |
|----|--|
| 1) | Найти $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{\sin x}$. 1) 1; 2) e; 3) не существует; 4) ∞ . |
| 1) | Функция $f(x) = \frac{1}{\ln x}$ в точке $x = 1$ 1) имеет бесконечный разрыв; 2) непрерывна; 3) имеет существенный разрыв. |
| 1) | Функция $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$. 1) имеет на интервале $(0,1)$ хотя бы один нуль; 2) на интервале $(0,1)$ не принимает значение $-0,5$; 3) на отрезке $[0,1]$ не достигает своего супремума. |
| 2) | Найти наклонные асимптоты графика функции $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$. 1) $y = \pm x$; 2) $y = x$; 3) не существуют. |
| 3) | Производная функции $\cos^2 3x$ равна 1) $-6 \sin 3x$; 2) $6 \cos 3x$; 3) $-3 \sin 6x$; 4) $-2 \cos 3x \sin 3x$. |
| 2) | Найти промежутки убывания функции $y = x^2 e^{-x}$ 1) $[0,2]$; 2) $(-\infty, 0]$ и $[2; +\infty)$; 3) $(-\infty, +\infty)$. |
| 1) | Найти точки перегиба графика функции $y = x^2 \ln x$. 1) $e^{-1,5}$; 2) e^{-1} ; 3) e. |
| 2) | Найти точки экстремумов функции $y = x e^{-x}$. 1) 0; 2) 1; 3) -1. |
| 3) | Найти абсциссы точек, в которых касательная к графику функции $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ параллельна прямой $y = -3x$. 1) 0; 2) -1; 3) 1. |
| 2) | Повторные пределы функции $f(x, y) = \frac{2x - y}{x + 2y}$ в точке $O(0,0)$ равны 1) 1 и -1; 2) 2 и -0,5; 3) 2 и 2. |
| 3) | Двойной предел функции $f(x, y) = \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$ в точке $O(0,0)$ 1) равен 1; 2) не существует; 3) 0; 4) равен ∞ . |
| 3) | Найти смешанную частную производную второго порядка функции $u = 3^{xy}$ в точке $O(0,0)$. 1) 0; 2) 1; 3) $\ln 3$. |
| 2) | Найти $u'_x(0,0)$, если $u = e^{xy} \sin x$. |

| | |
|----|---|
| | 1) 0; 2) 1; 3) -1. |
| 2) | Найти $du(0,0)$, если $u = \ln(1 + x^2 + y)$. 1) $dx + dy$; 2) dy ; 3) $2dx + dy$. |
| 3) | Найти u'''_{xyz} , если $u = x^2 + xy + xy^2z^3$ 1) $3y^2z^2$; 2) $6xyz^2$; 3) $6yz^2$. |
| 2) | Найти $\int x \ln x dx$. 1) $x^2 \ln x + C$; 2) $\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C$; 3) $2x^2 \ln x - x^2 + C$. |
| 3) | Найти $\int x^2 \cos x^3 dx$. 1) $\frac{1}{3}x^3 \sin x^3 + C$; 2) $\frac{1}{3}x^3 \cos x^3 dx$; 3) $\frac{1}{3} \sin x^3 + C$. |
| 1) | Вычислить $\int_0^1 xe^x dx$. 1) 1; 2) e; 3) 2. |
| 3) | Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2x^2 + 1$ и $y = x + 1$. 1) $\frac{1}{12}$; 2) $\frac{1}{12}$; 3) $\frac{1}{24}$. |
| 3) | Вычислить объем тела, которое образовано вращением вокруг оси OX плоской фигуры, ограниченной графиками $y = x - x^2$ и $y = 0$. 1) $\frac{\pi}{20}$; 2) π ; 3) $\frac{\pi}{30}$. |

Вопросы для контроля самостоятельной работы студентов

1. Множества и операции над ними.
2. Графики основных элементарных функций.
3. Пределы наиболее часто встречающихся числовых последовательностей.
4. Расширенная таблица эквивалентных функций.
5. Непрерывность основных элементарных функций.
6. Таблица производных элементарных функций.
7. Гиперболические функции, их производные и графики.
8. Высшие производные для суммы и произведения.
9. Таблица неопределенных интегралов (расширенная).
10. Метод Остроградского интегрирования рациональных функций.

7.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля - 50% и промежуточного контроля - 50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий - 9 баллов,
- выполнение домашних контрольных работ – 9 баллов,

- участие на практических занятиях - 12 баллов,
 - коллоквиум – 40 баллов,
 - выполнение аудиторных контрольных работ - 30 баллов.
- Промежуточный контроль по дисциплине включает:
- устный опрос (экзамен) - 100 баллов,

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная литература:

1. [Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа: учебник, Ч. I](#) - Москва: Физматлит, 2009

Ильин, В.А. Основы математического анализа : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 7-е изд., стер. - Москва : Физматлит, 2009. - Ч. I. - 647 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 1). - ISBN 978-5-9221-0902-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76686> ()

2. [Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа. В 2-х частях: учебник, Ч. II](#) - Москва: Физматлит, 2009

Ильин, В.А. Основы математического анализа. В 2-х частях : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - 5-е изд. - Москва : Физматлит, 2009. - Ч. II. - 464 с. - (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 2). - ISBN 978-5-9221-0537-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83225> ()

3. [Демидович Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие](#) - Москва: ЧеРо, 1997

Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. - Изд. 13-е, испр. - Москва : ЧеРо, 1997. - 624 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459722> ()

б) дополнительная литература:

1. [Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие. В 3 т. Т. 1](#) - Москва: Физматлит, 2001

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие : в 3-х т. / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - 8-е изд., испр. и доп. - Москва : Физматлит, 2001. - Т. 1. - 680 с. - ISBN 978-5-9221-0156-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83037> ()

2. [Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебное пособие. Т. 2](#) - Москва: Физматлит, 2001

Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие / Г.М. Фихтенгольц ; ред. А.А. Флоринского. - 8-е изд. - Москва : Физматлит, 2001. - Т. 2. - 861 с. - ISBN 978-5-9221-0157-8 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83038> ()

3. Шипачев, В.С. Математический анализ / Шипачев, Виктор Семёнович . - М. : Высшая школа, 2001. - 175,[1] с. : ил. ; 20 см. - ISBN 5-06-003510-7 : 0-0.

4. Шипачёв, В.С. Задачник по высшей математике : Учеб. пособие для вузов / Шипачёв, Виктор Семёнович. - 3-е изд., стер. - М. : Высшая школа, 2005, 2003. - 303,[1] с. : ил.; 21 см. - ISBN 5-06-003575-1 : 56-00.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <http://elibrary.ru> – eLIBRARY – Научная электронная библиотека

2. http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.2.74.12 – Единое окно доступа к электронным ресурсам

3. <http://springerlink.com/mathematics-and-statistics/> - платформа ресурсов изд-ва Springer

4. <http://edu.dgu.ru/> - Образовательный сервер ДГУ

5. Moodle[Электронный ресурс]: система виртуального обучения: [база данных] / Даг. гос. ун-т. – Махачкала, г. – Доступ из сети ДГУ или, после регистрации из сети ун-та, из любой точки, имеющей доступ в интернет. – URL: [http://moodle.dgu.ru/\(\)](http://moodle.dgu.ru/).

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Учебная программа по математическому анализу распределена по темам и по часам на лекции и практические занятия; предусмотрена также самостоятельная учебная работа студентов. По каждой теме преподаватель указывает студентам необходимую литературу (учебники, учебные пособия, сборники задач и упражнений), а также соответствующие темам параграфы и номера упражнений и задач.

Самостоятельная работа студентов складывается из работы над лекциями, с учебниками, решения рекомендуемых задач, подготовки к защите лабораторных работ, а также из подготовки к контрольным работам, коллоквиумам и сдаче зачета и экзамена.

При работе с лекциями и учебниками особое внимание следует уделить изучению основных понятий и определений по данному разделу, а также особенностям примененных методов и технологий доказательства теорем. Решение достаточного количества задач по данной теме поможет творческому овладению методами доказательства математических утверждений.

После изучения каждой темы рекомендуется самостоятельно воспроизвести основные определения, формулировки и доказательства теорем. Для самопроверки рекомендуется также использовать контрольные вопросы, приводимые в учебниках после каждой темы.

Основная цель практических занятий – подготовка студентов к самостоятельной работе над теоретическим материалом и к решению задач и упражнений.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем.

При осуществлении образовательного процесса по математическому анализу рекомендуются компьютерные технологии, основанные на операционных системах Windows, Ubuntu, Linux, прикладные программы Mathcad, Matlab, Mathematica, а также сайты образовательных учреждений и журналов, информационно-справочные системы, электронные учебники.

При проведении занятий рекомендуется использовать компьютеры, мультимедийные проекторы, интерактивные экраны.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Университет обладает достаточной базой аудиторий для проведения всех видов занятий, предусмотренных образовательной программой дисциплины математический анализ. Кроме того, на факультете имеются компьютерные и учебные классы, оснащенные компьютерами с соответствующим программным обеспечением и мультимедиа-проекторами.

В университете имеется необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.

